

УДК 537.874.6

О. А. Голованов, Г. С. Макеева, М. В. Савченкова

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕСКРИПТОРОВ АВТОНОМНЫХ БЛОКОВ С МАГНИТНЫМИ НАНОВКЛЮЧЕНИЯМИ И КАНАЛАМИ ФЛОКЕ¹

Аннотация. На электродинамическом уровне строгости определяются дескрипторы линейных и нелинейных автономных блоков (АБ) в виде прямоугольных параллелепипедов с магнитными нановключениями и виртуальными каналами Флоке на гранях. Основой построения дескрипторов являются уравнения Максвелла, решаемые совместно с уравнением Ландау-Лифшица, в котором учитывается поле обменного взаимодействия. Для решения нелинейной краевой задачи дифракции для АБ с магнитными нановключениями и каналами Флоке применен проекционный метод Галеркина.

Ключевые слова: дескриптор, автономный блок, каналы Флоке, магнитные нановключения, уравнения Максвелла, уравнение Ландау-Лифшица.

Abstract. The descriptors of linear and nonlinear autonomous blocks (ABs) in the form of the rectangular parallelepipeds with Floquet channels on bounds containing the magnetic nanoinclusions are determined at electrodynamic accuracy level. The descriptors are based on the solution of the nonlinear full Maxwell's equations with electrodynamic boundary conditions, complemented by the Landau-Lifshitz equation of motion of the magnetization vector including the exchange term. The 3D diffraction boundary problem for AB with Floquet channels containing the magnetic nanoinclusions was solved using the Galerkin's projection method.

Keywords: descriptor, autonomous block, Floquet channels, magnetic nanoinclusions, the Maxwell's equations, Landau-Lifshitz equation.

Введение

Декомпозиционный подход является основой построения систем автоматизированного моделирования (проектирования) технических систем и устройств СВЧ и ИК-диапазона. При декомпозиционном подходе наибольшую ценность представляют автономные блоки (АБ), дескрипторы которых получены без упрощения уравнений электродинамики и краевых условий (в строгой электродинамической постановке задачи). В настоящее время в практике решения задач электродинамики применяются многомодовые АБ [1], минимальные АБ [2], универсальные АБ с каналами Флоке [3]. Эти известные АБ с однородным заполнением могут иметь лишь весьма ограниченное применение в построении математических моделей устройств СВЧ на основе магнитных наноматериалов, т.к. основой построения их дескрипторов являются уравнения Максвелла для изотропных линейных сред. Указанные не-

¹ Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант № 05-08-33503.

достатки не присущи АБ в виде прямоугольных параллелепипедов с магнитными нановключениями и виртуальными каналами Флоке на гранях, т.к. основой построения их дескрипторов являются уравнения Максвелла, решаемые совместно с уравнением Ландау-Лифшица, в котором учитывается поле обменного взаимодействия. Развитие декомпозиционного подхода к математическому моделированию устройств СВЧ на основе магнитных наноматериалов требует нахождения дескрипторов линейных и нелинейных АБ с магнитными нановключениями и каналами Флоке – их математических описаний в виде матриц рассеяния или систем нелинейных уравнений, связывающих амплитуды падающих и отраженных волн на комбинационных частотах.

1 Математическая модель. Стационарные уравнения поля с учетом обменного взаимодействия

Формулировка краевой задачи электродинамики для структур, содержащих системы магнитных наночастиц, состоит в следующем. Необходимо решить уравнения Максвелла:

$$\operatorname{rot} H(t) = \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}(t)}{\partial t} + \sigma \vec{E}(t); \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} E(t) = -\frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t}; \quad (2)$$

$$\vec{B}(t) = \vec{M}(t) + \mu_0 \vec{H}(t), \quad (3)$$

совместно с уравнением движения вектора намагниченности в ферромагнетике в форме Ландау-Лифшица с учетом обменного взаимодействия [4]:

$$\frac{d\vec{M}(t)}{dt} = -\gamma (\vec{M}(t) \times \vec{H}_{\text{эф}}(t)) + \omega_r (\chi_0 \vec{H}(t) - \vec{M}(t)); \quad (4)$$

$$\vec{H}_{\text{эф}}(t) = \vec{H}(t) + \vec{H}_q(t); \quad (5)$$

$$\vec{H}_q(t) = q \nabla^2 \vec{M}(t), \quad (6)$$

где $\vec{E}(t), \vec{H}(t)$ – векторы напряженности электрического и магнитного полей; $\vec{M}(t)$ – вектор намагниченности среды; $\vec{B}(t)$ – вектор магнитной индукции; $\vec{H}_{\text{эф}}(t)$ – суммарное эффективное поле, включающее $\vec{H}_q(t)$ – поле обменного взаимодействия; ∇ – оператор Лапласа; ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость среды; σ – электропроводность среды; ϵ_0, μ_0 – электрическая и магнитная постоянные; γ – гиромагнитное отношение; ω_r – частота релаксации; χ_0 – статическая восприимчивость; q – константа обменного взаимодействия.

Используя формулы векторного анализа, запишем поле обменного взаимодействия $\vec{H}_q(t)$ (6) в виде

$$\vec{H}_q(t) = q (\operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{M}(t) - \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{M}(t)). \quad (7)$$

Учитывая, что $\operatorname{div} \vec{M}(t)=0$, и вводя векторную функцию

$$\vec{F}(t)=\operatorname{rot} \vec{M}(t),$$

запишем (7) в виде

$$\vec{H}_q(t)=-q \operatorname{rot} \vec{F}(t). \quad (8)$$

Подставляя (3) в (2) и учитывая (8), систему уравнений для электромагнитного поля (с учетом поля обменного взаимодействия) запишем в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H}(t) &= \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial \vec{E}(t)}{\partial t} + \sigma \vec{E}(t); \\ \operatorname{rot} \vec{E}(t) &= -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{M}(t) + \mu_0 \vec{H}(t)); \\ \frac{d\vec{M}(t)}{dt} &= -\gamma (\vec{M}(t) \times (\vec{H}(t) + \vec{H}_q(t)) + \omega_r (\chi_0 \vec{H}(t) - \vec{M}(t))); \\ \operatorname{rot} \vec{M}(t) &= \vec{F}(t); \\ \operatorname{rot} \vec{F}(t) &= -q^{-1} \vec{H}_q(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Сведем систему нестационарных нелинейных уравнений (9) к стационарным, полагая, что электромагнитные поля источников с частотами $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m, \dots$ монохроматические.

Представляя векторные функции $\vec{E}(t)$, $\vec{H}(t)$, $\vec{M}(t)$, $\vec{F}(t)$, $\vec{H}_q(t)$ в виде рядов по всевозможным комбинационным частотам

$$\begin{aligned} \vec{E}(t) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \vec{E}(\omega_m) \exp(i\omega_m t); \quad \vec{H}(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \vec{H}(\omega_m) \exp(i\omega_m t); \\ \vec{M}(t) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \vec{M}(\omega_m) \exp(i\omega_m t); \quad \vec{F}(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \vec{F}(\omega_m) \exp(i\omega_m t); \\ \vec{H}_q(t) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \vec{H}_q(\omega_m) \exp(i\omega_m t) \end{aligned}$$

и подставляя эти ряды в (9), получаем следующие системы стационарных нелинейных уравнений на каждой из комбинационных частот:

$$\operatorname{rot} \vec{H}(\omega_m) = i\omega_m \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}(\omega_m); \quad (10.1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E}(\omega_m) = -i\omega_m \vec{M}(\omega_m) - i\omega_m \mu_0 \vec{H}(\omega_m); \quad (10.2)$$

$$\gamma \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_{ij} (\vec{M}(\omega_i) \times (\vec{H}(\omega_j) + \vec{H}_q(\omega_j))) = -(\omega_r + i\omega_m) \vec{M}(\omega_m) +$$

$$+\omega_r \chi_0 \vec{H}(t) - \gamma \vec{M}_0 \times \vec{H}(\omega_m) - \gamma \vec{M}_0 \times \vec{H}_q(\omega_m) - \gamma \vec{M}(\omega_m) \times \vec{H}_0; \quad (10.3)$$

$$\text{rot } \vec{M}(\omega_m) = \vec{F}(\omega_m); \quad (10.4)$$

$$\text{rot } \vec{F}(\omega_m) = -q^{-1} \vec{H}_q(\omega_m); \quad (10.5)$$

$$m = \pm 1, \pm 2, \dots,$$

где ω_m – комбинационные частоты ($\omega_m > 0$, $\omega_{-m} = -\omega_m$, $\omega_0 = 0$); $\vec{H}_0 = \vec{H}(\omega_0)$;

$$\vec{M}_0 = \vec{M}(\omega_0); \quad \dot{\epsilon}(\omega_m) = \epsilon(\omega_m) - i \frac{\sigma(\omega_m)}{\epsilon_0 \omega_m}; \quad \gamma_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } \omega_i + \omega_j \neq \omega_m, \\ 1, & \text{если } \omega_i + \omega_j = \omega_m. \end{cases}$$

2 Формулировка нелинейной краевой задачи дифракции для автономных блоков с магнитными нановключениями и каналами Флоке

На рис. 1 показан АБ в виде прямоугольного параллелепипеда, содержащего магнитное нановключение, с виртуальными каналами Флоке на гранях блока. Собственные волны виртуальных каналов Флоке могут быть записаны в виде [3]

$$\begin{aligned} \vec{E}_{k(\alpha)}^{\pm}(\omega_m) &= \left(\vec{e}_{k(\alpha)}(\omega_m) \pm \vec{e}_{k(\alpha)}^z(\omega_m) \right) \exp\left(\pm i \Gamma_{k(\alpha)}(\omega_m) z_{\alpha}\right); \\ \vec{H}_{k(\alpha)}^{\pm}(\omega_m) &= \left(\pm \vec{h}_{k(\alpha)}(\omega_m) \pm \vec{h}_{k(\alpha)}^z(\omega_m) \right) \exp\left(\pm i \Gamma_{k(\alpha)}(\omega_m) z_{\alpha}\right); \end{aligned} \quad (11)$$

$$k = 1, 2, \dots, \infty; \alpha = 1, 2, \dots, 6; \omega_m = \pm 1, \pm 2, \dots,$$

где $\vec{e}_{k(\alpha)}(\omega_m)$, $\vec{h}_{k(\alpha)}(\omega_m)$ и $\vec{e}_{k(\alpha)}^z(\omega_m)$, $\vec{h}_{k(\alpha)}^z(\omega_m)$ – продольные и поперечные компоненты электрического и магнитного полей собственных волн; $\Gamma_{k(\alpha)}(\omega_m)$ – постоянные распространения собственных волн; α – номер входного сечения S_{α} (грани АБ); k – индекс собственных волн; z_{α} – продольные координаты в локальных системах координат, знаком « $\pm$ » обозначены падающие и отраженные волны.

Системы векторных функций $\left\{ \vec{e}_{k(\alpha)}(\omega_m) \right\}$, $\left\{ \vec{h}_{k(\alpha)}(\omega_m) \right\}$ в (11) ортогональны и нормированы:

$$\int_{S_{\alpha}} \left(\vec{e}_{k(\alpha)}(\omega_m) \times \vec{h}_{n(\alpha)}^*(\omega_m) \right) \cdot d\vec{S}_{\alpha} = \delta_{kn}, \quad (12)$$

где $d\vec{S}_{\alpha}$ – векторный элемент поверхности; $*$ – знак комплексно-сопряженной величины; $\delta_{kn} = \begin{cases} 1, & \text{если } k = n, \\ 0, & \text{если } k \neq n. \end{cases}$

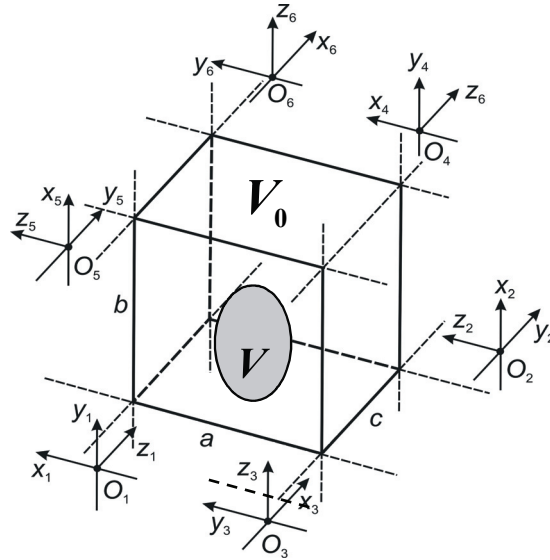


Рис. 1 Автономный блок с магнитными нановключениями и виртуальными каналами Флоке: V_0 – внутренняя область АБ; V – область магнитных нановключений; $V_0 - V$ – область, заполненная немагнитной средой с диэлектрической и магнитной проницаемостями ϵ_v, μ_v

На каждом входном сечении S_α (гранях параллелепипеда) АБ касательное электромагнитное поле можно представить в виде суперпозиции прямых и обратных собственных волн каналов Флоке (11) [3]:

$$\vec{E}_\alpha(\omega_m) = \sum_{k=1}^{\infty} (c_{k(\alpha)}^+(\omega_m) + c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)) \vec{e}_{k(\alpha)}(\omega_m); \quad (13.1)$$

$$\vec{H}_\alpha(\omega_m) = \sum_{k=1}^{\infty} (c_{k(\alpha)}^+(\omega_m) - c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)) \vec{h}_{k(\alpha)}(\omega_m); \quad (13.2)$$

$$\alpha = 1, 2, \dots, 6; m = \pm 1, \pm 2, \dots,$$

где $c_{k(\alpha)}^+(\omega_m)$, $c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)$ – амплитуды падающих и отраженных волн.

Определим векторные произведения, умножая (13.1) на $\vec{h}_{n(\alpha)}^*(\omega_m)$ и $\vec{e}_{n(\alpha)}(\omega_m)$ на комплексно-сопряженное выражение (13.2), затем проинтегрируем их по поверхности S_α с учетом нормировки (12), и в результате получим:

$$c_{k(\alpha)}^+(\omega_m) + c_{k(\alpha)}^-(\omega_m) = \int_{S_\alpha} (\vec{E}_\alpha(\omega_m) \times \vec{h}_{k(\alpha)}^*(\omega_m)) \cdot d\vec{S}_\alpha; \quad (14.1)$$

$$c_{k(\alpha)}^+(\omega_m) - c_{k(\alpha)}^-(\omega_m) = \int_{S_\alpha} (\vec{e}_{k(\alpha)}(\omega_m) \times \vec{H}_\alpha^*(\omega_m)) \cdot d\vec{S}_\alpha; \quad (14.2)$$

$$\alpha = 1, 2, \dots, 6; m = \pm 1, \pm 2, \dots,$$

Складывая (14.1) и (14.2), получаем условие неасимптотического излучения [5]:

$$\int_{S_\alpha} (\vec{E}_\alpha(\omega_m) \times \vec{h}_{k(\alpha)}^*(\omega_m)) \cdot d\vec{S}_\alpha + \int_{S_\alpha} (\vec{e}_{k(\alpha)}(\omega_m) \times \vec{H}_{k(\alpha)}^*(\omega_m)) \cdot d\vec{S}_\alpha = 2c_{k(\alpha)}^+(\omega_m). \quad (15)$$

Нелинейная краевая задача дифракции для АБ с магнитными нановключениями и виртуальными каналами Флоке (рис. 1), формулируется следующим образом. Электромагнитное поле должно удовлетворять в области магнитных нановключений V АБ, системе стационарных нелинейных уравнений (10.1)–(10.5), а в области $V_0 - V$ – однородным уравнениям Максвелла:

$$\text{rot } \vec{H}(\omega_m) = i\omega_m \varepsilon_0 \varepsilon_v \vec{E}(\omega_m); \quad (10a)$$

$$\text{rot } \vec{E}(\omega_m) = -i\omega_m \mu_0 \mu_v \vec{H}(\omega_m),$$

а также условиям неасимптотического излучения (15) на гранях АБ (входных сечениях S_α).

Неизвестными в задаче дифракции являются амплитуды $c_{k(\alpha)}^-(\omega_m)$ отраженных волн на входных сечениях S_α (гранях) АБ, если амплитуды $c_{k(\alpha)}^+(\omega_m)$ волн, падающих на входные сечения S_α , известны.

3 Построение алгоритма решения нелинейной краевой задачи дифракции для автономных блоков с магнитными нановключениями и каналами Флоке

Для решения нелинейной краевой задачи дифракции для АБ с магнитными нановключениями и каналами Флоке (рис. 1) применим проекционный метод Галеркина [6]. В качестве базисных функций $\{\vec{E}_{k(m)}\}$, $\{\vec{H}_{k(m)}\}$ (где k – индекс базисной функции; m – индекс комбинационной частоты) используем систему собственных функций прямоугольного резонатора с однородно-периодическими граничными условиями на стенках резонатора (гранях АБ) (рис. 1).

Собственные частоты ω_k и собственные функции $\{\vec{E}_{k(m)}\}$, $\{\vec{H}_{k(m)}\}$ резонатора определяются из решения краевой задачи для однородных уравнений Максвелла:

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \vec{H}_{k(m)} &= i\omega_k \varepsilon_0 \vec{E}_{k(m)}; \\ \text{rot } \vec{E}_{k(m)} &= -i\omega_k \mu_0 \vec{H}_{k(m)}, \end{aligned} \right\} \text{ в области } V_0, \quad (16)$$

с граничными условиями на стенках резонатора (гранях АБ):

$$\vec{E}_{k(m)}(S_1) = \vec{E}_{k(m)}(S_4), \quad \vec{H}_{k(m)}(S_1) = \vec{H}_{k(m)}(S_4);$$

$$\begin{aligned}\vec{E}_{k(m)}(S_2) &= \vec{E}_{k(m)}(S_5), \quad \vec{H}_{k(m)}(S_2) = \vec{H}_{k(m)}(S_5); \\ \vec{E}_{k(m)}(S_3) &= \vec{E}_{k(m)}(S_6), \quad \vec{H}_{k(m)}(S_2) = \vec{H}_{k(m)}(S_6).\end{aligned}\quad (17)$$

Собственные функции резонатора ортогональны и нормированы:

$$\mu_0 \int_{V_0} \vec{H}_{k(m)}^* \cdot \vec{H}_{n(m)} dV = \epsilon_0 \int_{V_0} \vec{E}_{k(m)}^* \cdot \vec{H}_{n(m)} dV = \delta_{kn}. \quad (18)$$

Используя теорему Остроградского-Гаусса, тождество векторного анализа $\vec{b} \operatorname{rot} \vec{a} - \vec{a} \operatorname{rot} \vec{b} = \operatorname{rot}(\vec{a} \times \vec{b})$ и учитывая (16), запишем систему стационарных нелинейных уравнений (10.1)–(10.5) в проекционной интегральной форме [7]:

$$\begin{aligned}\oint_S (\vec{H}(\omega_m) \times \vec{E}_{k(m)}^*) \cdot d\vec{S} &= i \omega_m \epsilon_0 \int_{V_0} \dot{\vec{E}}(\omega_m) \cdot \vec{E}_{k(m)}^* dV + \\ &+ i \omega_k \mu_0 \int_{V_0} \vec{H}(\omega_m) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV; \\ \oint_S (\vec{E}(\omega_m) \times \vec{H}_{k(m)}^*) \cdot d\vec{S} &= -i \omega_m \int_{V_0} \vec{M}(\omega_m) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV - \\ - i \omega_m \mu_0 \int_{V_0} \vec{H}(\omega_m) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV &- i \omega_k \epsilon_0 \int_{V_0} \vec{E}(\omega_m) \cdot \vec{E}_{k(m)}^* dV; \\ \int_{V_0} \vec{F}(\omega_m) \cdot \vec{E}_{k(m)}^* dV &+ i \omega_k \mu_0 \int_{V_0} \vec{M}(\omega_m) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV = 0; \\ q^{-1} \int_{V_0} \vec{H}_q(\omega_m) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV &+ i \omega_k \epsilon_0 \int_{V_0} \vec{F}(\omega_m) \cdot \vec{E}_{k(m)}^* dV = 0; \\ -(\omega_r + i \omega_m) \int_{V_0} \vec{M}(\omega_m) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV &- \gamma \int_{V_0} (\vec{M}_0 \times \vec{H}(\omega_m)) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV - \\ - \gamma \int_{V_0} (\vec{M}_0 \times \vec{H}_q(\omega_m)) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV &- \gamma \int_{V_0} (\vec{M}(\omega_m) \times \vec{H}_0) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV + \\ &+ \omega_r \chi_0 \int_{V_0} \vec{H}(\omega_m) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV = \\ &= \gamma \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_{ij} \int_{V_0} (\vec{M}(\omega_i) \times (\vec{H}(\omega_j) + \vec{H}_q(\omega_j))) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV,\end{aligned}\quad (19)$$

где $S = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_6$.

Решение нелинейной краевой задачи дифракции для уравнений (10.1)–(10.5) с граничным условием (15) для АБ с магнитными нановключениями и

каналами Флоке (рис. 1) ищем в виде рядов Фурье по следующим системам функций:

– в области V_0 АБ (рис. 1) по системе собственных функций прямо-угольного резонатора $\{\vec{E}_{n(m)}\}, \{\vec{H}_{n(m)}\}$:

$$\begin{aligned}\vec{E}(\omega_m) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n(\omega_m) \vec{E}_{n(m)}; \quad \vec{H}(\omega_m) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n(\omega_m) \vec{H}_{n(m)}; \\ \vec{M}(\omega_m) &= \sum_{n=1}^{\infty} d_n(\omega_m) \vec{H}_{n(m)}; \quad \vec{H}_q(\omega_m) = \sum_{n=1}^{\infty} g_n(\omega_m) \vec{H}_{n(m)}; \\ \vec{F}(\omega_m) &= \sum_{n=1}^{\infty} f_n(\omega_m) \vec{E}_{n(m)}; \end{aligned} \quad (20)$$

– на гранях АБ – по системе собственных волн каналов Флоке $\{\vec{e}_{l(\beta)}(\omega_m)\}, \{\vec{h}_{l(\beta)}(\omega_m)\}$:

$$\begin{aligned}\vec{E}_{\beta}(\omega_m) &= \sum_{l=1}^{\infty} \left(c_{l(\beta)}^+(\omega_m) + c_{l(\beta)}^-(\omega_m) \right) \vec{e}_{l(\beta)}(\omega_m); \\ \vec{H}_{\beta}(\omega_m) &= \sum_{l=1}^{\infty} \left(c_{l(\beta)}^+(\omega_m) - c_{l(\beta)}^-(\omega_m) \right) \vec{h}_{l(\beta)}(\omega_m). \end{aligned} \quad (21)$$

Подставляя (20), (21) в (19), (15) и учитывая уравнения (10а) и нормировку (18), получаем следующую систему нелинейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов $a_n(\omega_m)$, $b_n(\omega_m)$, $d_n(\omega_m)$, $g_n(\omega_m)$, $f_n(\omega_m)$ и $c_{l(\beta)}^+(\omega_m)$, $c_{l(\beta)}^-(\omega_m)$:

$$\begin{aligned} \sum_{\beta=1}^6 \sum_{l=1}^{\infty} M_{k(m)l(\beta)} c_{l(\beta)}^-(\omega_m) + \sum_{n=1}^{\infty} (i\omega_m \varepsilon_v \delta_{kn} + i\omega_m \varepsilon_0 (\dot{\varepsilon}(\omega_m) - \varepsilon_v) \times \\ \times A_{k(m)n(m)}) a_n(\omega_m) + i\omega_k \delta_{kn} b_n(\omega_m) = \sum_{\beta=1}^6 \sum_{l=1}^{\infty} M_{k(m)l(\beta)} c_{l(\beta)}^+(\omega_m); \end{aligned} \quad (22.1)$$

$$\begin{aligned} \sum_{\beta=1}^6 \sum_{l=1}^{\infty} N_{k(m)l(\beta)} c_{l(\beta)}^-(\omega_m) + \sum_{n=1}^{\infty} i\omega_k \delta_{kn} a_n(\omega_m) + (i\omega_m \mu_v \delta_{kn} + i\omega_m \mu_0 (1 - \mu_v) \times \\ \times B_{k(m)n(m)}) b_n(\omega_m) + i\omega_m B_{k(m)n(m)} d_n(\omega_m) = \sum_{\beta=1}^6 \sum_{l=1}^{\infty} N_{k(m)l(\beta)} c_{l(\beta)}^+(\omega_m); \end{aligned}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} i\omega_k \mu_0 B_{k(m)n(m)} d_n(\omega_m) + A_{k(m)n(m)} f_n(\omega_m) = 0; \quad (22.2)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} q^{-1} B_{k(m)n(m)} g_n(\omega_m) + i\omega_k \varepsilon_0 A_{k(m)n(m)} f_n(\omega_m) = 0; \quad (22.3)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} U_{q(\alpha)n(m)} a_n(\omega_m) + R_{q(\alpha)n(m)} b_n(\omega_m) = 2c_{q(\alpha)}^+(\omega_m); \quad (22.4)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} (\gamma X_{k(m)n(m)} - \omega_r \chi_0 B_{k(m)n(m)}) b_n(\omega_m) + \\ & + \gamma Y_{k(m)n(m)} + (\omega_r + i\omega_m) B_{k(m)n(m)} d_n(\omega_m) + \gamma X_{k(m)n(m)} g_n(\omega_m) = J_{k(m)}(\omega_m); \\ J_{k(m)}(\omega_m) = & - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_{ij} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \gamma W_{k(m)p(i)r(j)} d_p(\omega_i) (b_r(\omega_j) + g_r(\omega_j)); \end{aligned} \quad (22.6)$$

$$\alpha = 1, 2, \dots, 6; q, k = 1, 2, \dots; m = \pm 1, \pm 2, \dots,$$

где

$$M_{k(m)n(m)} = \int_{S_\beta} (\vec{h}_{l(\beta)}(\omega_m) \times \vec{E}_{k(m)}^*) \cdot d\vec{S}_\beta;$$

$$N_{k(m)n(m)} = \int_{S_\beta} (\vec{e}_{l(\beta)}(\omega_m) \times \vec{H}_{k(m)}^*) \cdot d\vec{S}_\beta;$$

$$A_{k(m)n(m)} = \int_V (\vec{E}_{n(m)} \cdot \vec{E}_{k(m)}^*) dV;$$

$$B_{k(m)n(m)} = \int_V (\vec{H}_{n(m)} \cdot \vec{H}_{k(m)}^*) dV;$$

$$X_{k(m)n(m)} = \int_V (\vec{M}_0 \times \vec{H}_{n(m)}) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV;$$

$$Y_{k(m)n(m)} = \int_V (\vec{H}_{n(m)} \times \vec{H}_0) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV;$$

$$W_{k(m)p(i)r(j)} = \int_V (\vec{H}_{p(i)} \times \vec{H}_{r(j)}) \cdot \vec{H}_{k(m)}^* dV;$$

$$U_{q(\alpha)n(m)} = \int_{S_\alpha} (\vec{E}_{n(m)} \times \vec{h}_{q(\alpha)}^*(\omega_m)) \cdot d\vec{S}_\alpha;$$

$$R_{q(\alpha)n(m)} = \int_{S_\alpha} (\vec{e}_{q(\alpha)}(\omega_m) \times \vec{H}_{n(m)}^*) \cdot d\vec{S}_\alpha.$$

Для решения системы нелинейных алгебраических уравнений (22.1)–(22.6) используем итерационный метод, или метод Ньютона [6].

При решении системы уравнений (22.1)–(22.6) итерационным методом на каждом шаге итераций функция $J_{k(m)}(\omega_m)$ определяется следующим образом:

$$J_{k(m)}^{im}(\omega_m) = - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_{ij} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \gamma W_{k(m)p(i)r(j)} d_p^0(\omega_i) (b_r^0(\omega_j) + g_r^0(\omega_j)),$$

где $d_p^0(\omega_i)$, $b_r^0(\omega_j)$, $g_r^0(\omega_j)$ – значения коэффициентов, полученные на предыдущем шаге итерации.

При решении уравнений (22.1)–(22.6) методом Ньютона на каждой итерации функция $J_{k(m)}(\omega_m)$ определяется

$$J_{k(m)}^{mn}(\omega_m) = - \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_{ij} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \gamma W_{k(m)p(i)r(j)} (d_p^0(\omega_i) (b_r^0(\omega_j) + g_r^0(\omega_j)) + \\ + d_p^0(\omega_i) b_r^0(\omega_j) + (b_r^0(\omega_j) + g_r^0(\omega_j)) d_p^0(\omega_i) + d_p^0(\omega_i) g_r^0(\omega_j)),$$

где $d_p^0(\omega_i)$, $b_r^0(\omega_j)$, $g_r^0(\omega_j)$ – значения коэффициентов, полученные на предыдущей итерации.

При малых амплитудах падающих волн (в линейном приближении) дескрипторы АБ, частично заполненных магнетиком, – это матрицы рассеяния $\mathbf{R}$, проводимости $\mathbf{Z}$ или сопротивления $\mathbf{Y}$ [8]. Элементы матрицы рассеяния $\mathbf{R}$ определяются из решения системы уравнений (22.1)–(22.6) при парциальных режимах функционирования АБ [8], когда все амплитудные коэффициенты $c_{k(\alpha)}^+(\omega_m)$ падающих волн в виртуальных каналах Флоке АБ равны нулю, кроме одного $c_{n(\beta)}^+ = 1$ [8]. Решая систему линейных (в этом приближении) алгебраических уравнений (22.1)–(22.6), находим коэффициенты отраженных волн $c_{k(\alpha)}^-$ – элементы матрицы рассеяния $R_{kn}^{\alpha\beta} = c_{k(\alpha)}^-$ [8].

Заключение

Математические модели устройств СВЧ на основе магнитных наноматериалов, базирующиеся на решении уравнений Максвелла совместно с уравнением Ландау-Лифшица без упрощения уравнений и краевых условий, адекватны, что позволит отказаться от экспериментально-эмпирического подхода в проектировании и разработке технических систем и устройств.

Построение математических моделей технических систем и устройств СВЧ осуществляется следующим образом. Область магнитных наноматериалов расчленяется на АБ с магнитными нановключениями и каналами Флоке. В результате соединения этих АБ по виртуальным каналам Флоке получаем дескрипторы (матрицы рассеяния или системы нелинейных алгебраических уравнений) областей, заполненных магнитными наноматериалами, рассматриваемых как волноводные трансформаторы (базовые элементы) [3]. Далее полученные в данной работе дескрипторы этих волноводных трансформаторов используются наряду с дескрипторами АБ с изотропным однородным заполнением в декомпозиционном подходе к математическому моделированию технических систем в целом.

Список литературы

1. **Никольский, В. В.** Электродинамика и распространение радиоволн / В. В. Никольский. – М. : Наука, 1978. – 544 с.
2. **Никольский В. В., Голованов О. А.** // Радиотехника и электроника. – 1979. – Т. 24. – № 6. – С. 1070.
3. **Никольский В. В., Лаврова Т. И.** // Радиотехника и электроника. – 1978. – Т. 23. – № 2. – С. 241.
4. **Голованов О. А. Макеева Г. С.** // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2005. – Т. 8. – № 4. – С. 10–18.
5. **Гуревич, А. Г.** Магнитные колебания и волны / А. Г. Гуревич, Г. А. Мелков. – М. : Наука, 1994.
6. **Голованов О. А.** // Радиотехника и электроника. – 1990. – Т. 35. – № 9. – С. 1853.
7. **Бахвалов, Н. С.** Численные методы / Н. С. Бахвалов. – М. : Наука, 1975. – 632 с.
8. **Никольский, В. В.** Вариационные методы для внутренних задач электродинамики / В. В. Никольский. – М. : Наука, 1967.
9. **Никольский, В. В.** Декомпозиционный подход к задачам электродинамики / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. – М. : Наука, 1983. – 304 с.

Макеева Галина Степановна

доктор физико-математических наук,
профессор, кафедра радиотехники
и радиоэлектронных систем, Пензенский
государственный университет,
действительный член Академии
инженерных наук им. А. М. Прохорова

Makeeva Galina Stepanovna

Doctor of physico-mathematical sciences,
professor, sub-department of radio
engineering and radio-electronic systems,
Penza State University, full member
of Engineering sciences Academy
named after A. M. Prokhorov

Голованов Олег Александрович

доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
математики и начертательной геометрии,
Пензенский артиллерийский
инженерный институт
им. Н. Н. Воронова

Golovanov Oleg Alexandrovich

Doctor of physico-mathematical sciences,
professor, head of sub-department
of mathematics and descriptive geometry,
Penza Artillery and Military Engineering
Institute named after N. N. Voronov

Савченкова Мира Викторовна

инженер, Пензенский государственный
университет архитектуры и строительства

Savchenkova Mira Viktorovna

Engineer, Penza State University
of Architecture and Construction

УДК 537.874.6

Голованов, О. А.

Вычислительный алгоритм определения дескрипторов автономных блоков с магнитными нановключениями и каналами Флоке / О. А. Голованов, Г. С. Макеева, М. В. Савченкова // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2009. – № 2 (10). – С. 91–101.